

**POLITECHNIKA**  **BIAŁOSTOCKA**  
**WYDZIAŁ INŻYNIERII ZARZĄDZANIA**



**KATEDRA ZARZĄDZANIA PRODUKCJĄ**

Instrukcja do zajęć laboratoryjnych z przedmiotu:

**PODSTAWY TECHNIKI I TECHNOLOGII**

Kod przedmiotu: **ISO1123, INO1123**

Numer ćwiczenia: **11**

Temat: **Wyznaczanie współczynnika tarcia**

Opracowanie:

mgr inż. Elżbieta Krawczyk-Dembicka

Białystok 2015

## 1. WPROWADZENIE

**Tarcie** jest powszechnie występującym zjawiskiem fizycznym charakteryzującym się powstawaniem oporu (siły hamującej, zwanej siłą tarcia albo niekiedy po prostu tarcie) podczas ruchu względnego dwóch stykających się ciał (tarcie zewnętrzne) lub elementów tego samego ciała (tarcie wewnętrzne, zwane inaczej lepkością). Tarcie istnieje obiektywnie, bez niego życie codzienne człowieka byłoby niemożliwe.

Gdy ruchowi względnemu ciał towarzyszy ich wzajemne ślizganie się, można mówić o występowaniu **tarcia ślizgowego**, natomiast, gdy jedno ciało toczy się po powierzchni drugiego, rozpatruje się **tarcie toczne**.

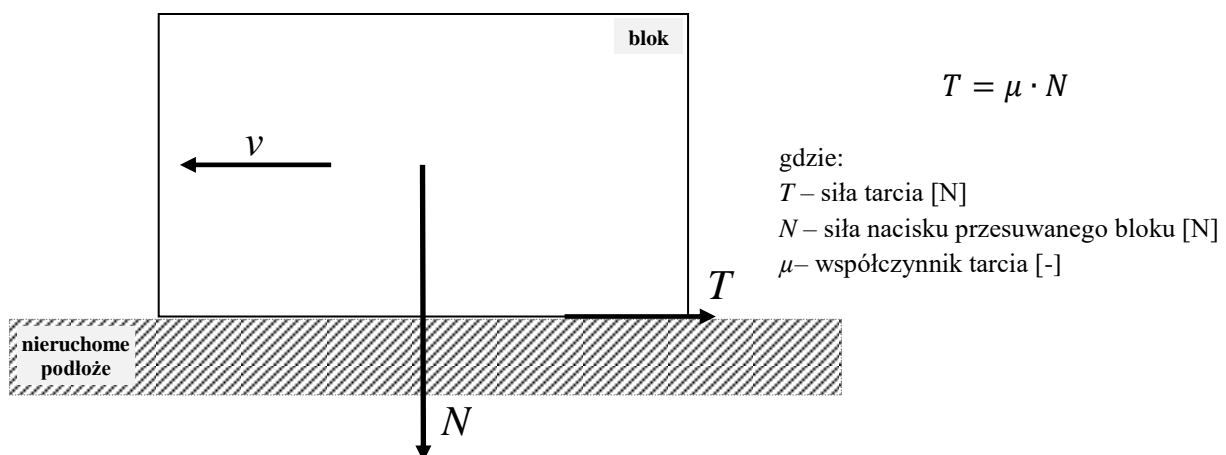
Tarcie ciał będących w spoczynku (łącznie z momentem początku ruchu) nazywa się **statycznym** (spoczynkowym), natomiast tarcie ciał będących w ruchu nazywa się **ruchowym** (dynamicznym).

Procesom tarcia towarzyszy wydzielanie się ciepła oraz ścierne zużywanie się powierzchni trących. Tak więc praca tarcia przekształca się w energię wydzielanego ciepła i w pracę ścierania powierzchni trących. Tarcie można zmniejszyć przez wprowadzenie pomiędzy powierzchnie trące środków smarnych (zastąpienie tarcia suchego tarcie płynnym) albo przez zastąpienie tarcia ślizgowego tarcie tocznym.

### Tarcie ślizgowe

Zjawiskiem tarcia ślizgowego, w swojej pracy badawczej, po raz pierwszy zainteresował się francuski fizyk i inżynier Ch.A. Coulomb. W zaproponowanym przez niego modelu tarcia (Rys. 1), siła tarcia  $T$  [N] jest proporcjonalna do siły nacisku  $N$  [N] i do współczynnika tarcia  $\mu$  [wielkość bezwymiarowa]. Wektor siły tarcia  $T$  musi spełniać jednocześnie trzy warunki:

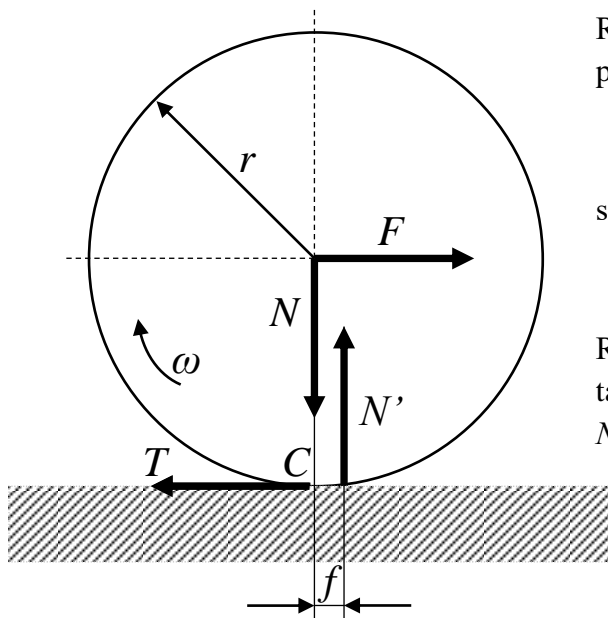
- musi być prostopadły do wektora siły nacisku  $N$ ,
- musi być styczny do powierzchni tarcia,
- musi „przeszkadzać” ruchowi (ma przeciwny zwrot do zwrotu wektora prędkości).



Rys. 1. Model tarcia ślizgowego w ruchu postępowym

## Tarcie toczone

Najmniejszą siłą, która pokona opory tarcia i spowoduje toczenie się walca w kierunku wskazanym przez zwrot wektora  $\vec{F}$  jest siła  $F$ . Opory tarcia opisuje siła tarcia  $T$ , która jest prostopadła do siły nacisku  $N$ , styczna do powierzchni walca i ma zwrot przeciwny do ruchu walca. Aby zapoczątkować ruch walca niezbędne jest spełnienie warunku  $F \geq T$ . Oznacza to, że równe sobie (w chwili granicznej początku ruchu walca) siły  $F$  i  $T$  tworzą parę sił. Aby układ toczącego się walca zachował równowagę (suma działających momentów musi być równa 0) temu momentowi należy przeciwstawić równoważny mu moment sił nacisku  $N$  (siła  $N'$  jest reakcją podłoża na nacisk  $N$ ). Oznacza to, że ramię  $f$  [cm] momentu sił nacisku  $N$  nie może być zerem. W tym tkwi istota modelu **tarcia tocznego** (Rys. 2). Siła  $N$  jest siłą nacisku walca na płaszczyznę podłoża (w punkcie  $C$ ). Reakcja płaszczyzny podłoża na walec  $N'$  jest przesunięta (względem punktu  $C$ ) o wielkość  $f$  zawsze w kierunku ruchu walca (w kierunku działania siły  $F$ ).



Równanie równowagi momentów względem punktu  $C$  ma postać:

$$F \cdot r - N' \cdot f + T \cdot 0 + N \cdot 0 = 0$$

stąd

$$F \cdot r = N' \cdot f$$

Ramię siły  $N'$  nazwano współczynnikiem tarcia tocznego  $f$  [cm]. Ponieważ liczbowo  $N' = N$ , wobec tego siła tarcia tocznego

$$F = \frac{f}{r} \cdot N$$

Rys. 2. Model tarcia tocznego

Wartości współczynnika tarcia tocznego  $f$  [cm] przedstawiono w poniższej tabeli:

Kojarzone materiały	$f$ [cm]
Kula stalowa (twarda) po twardej stali, jak w łożysku	0,0005 – 0,001
Kula stalowa po stali	0,003
Koło (walec) stalowe po stalowej szynie	0,005
Koło (walec) stalowe po granicie (kamieniu) lub betonie	0,15
Koło (walec) stalowe po asfalcie	0,60
Koło (walec) stalowe po bruku	0,1 – 0,2

Kojarzone materiały	$f$ [cm]
Koło (walec) żeliwne po żeliwie lub stali	0,0005
Koło (walec) żeliwne po drewnie	0,15
Koło (walec) drewniane po stali	0,03
Koło (walec) drewniane po drewnie	0,06 – 0,15
Koło (walec) gumowe po gruncie	1,0 – 1,5

### Wahadło matematyczne

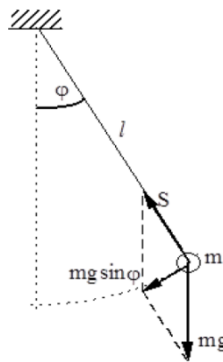
Na wychyloną kulkę o masie  $m$  (Rys. 3) działa siła ciężkości (ciężar) skierowana pionowo w dół i siła napięcia nici  $S$ , skierowana wzdłuż niej w górę do punktu zaczepienia. Wobec tego moment  $M_s$  siły  $S$  względem środka obrotu jest stale równy zero i jej praca  $dW_s = M_s d\varphi = 0$ . Przy danym kącie wychylenia  $\varphi$  moment ciężaru względem punktu zaczepienia wynosi

$$M = m \cdot g \cdot l \cdot \sin\varphi$$

i jego praca

$$dW = dE_k = -Md\varphi = -m \cdot g \cdot l \cdot \sin\varphi \cdot d\varphi.$$

Znak minus pochodzi stąd, że w rozpatrywanej fazie ruchu kąt  $\varphi$  maleje, czyli  $d\varphi < 0$ .



Rys. 3. Schemat wahadła matematycznego

Równanie wahadła matematycznego dla małych wychyleń ma postać:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{g}{l}\varphi$$

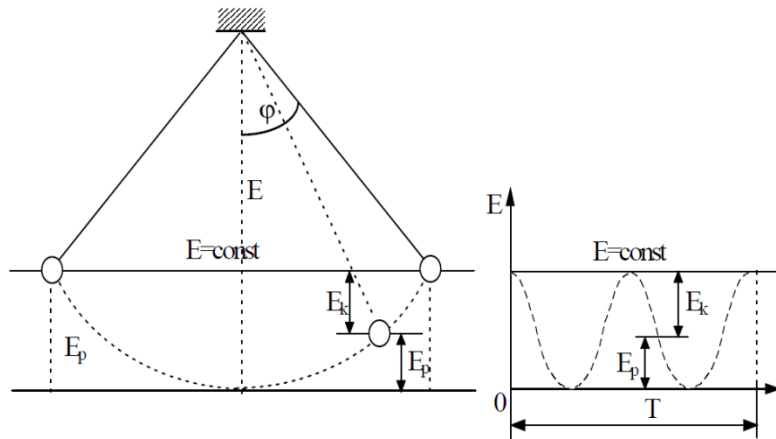
Rozwiązaniem równania jest:

$$\varphi = \varphi_0 \cdot \cos\omega t$$

gdzie:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \text{ – część kołowa}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \text{ – okres drgań wahadła.}$$



Rys. 4. Przemiany energii w ruchu wahadła (linia przerywana obrazuje zależność energii potencjalnej od położenia, a podana wartość energii odnosi się do małych wychyleń).

Całkowita energia mechaniczna wahadła mechanicznego (Rys.4) wynosi:

$$E_k + E_p = mgh = mgl(1 - \cos\varphi_0) = mgl \cdot 2\sin^2 \frac{\varphi_0}{2} = \frac{mgl\varphi_0^2}{2} = const$$

Ogólnie, w ruchu harmonicznym energia mechaniczna jest wyrażona wzorem:

$$E_k + E_p = \frac{1}{2}kA^2 = const$$

gdzie:

$A$  – amplituda drgań

$k$  – współczynnik sprężystości

## 2. CEL I ZAKRES ĆWICZENIA

Celem ćwiczenia jest zapoznanie studentów z zagadnieniami zjawiska tarcia występującymi w układach skojarzonych ze sobą elementów.

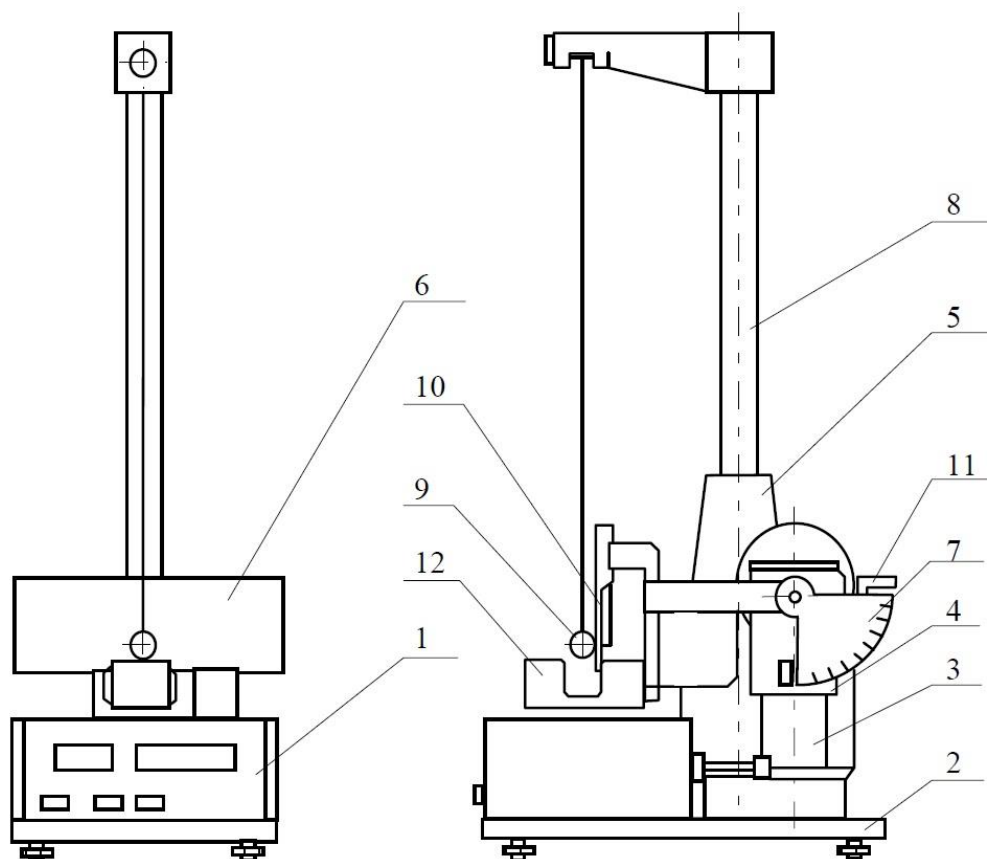
Zakres ćwiczenia obejmuje wyznaczenie współczynnika tarcia tocznego za pomocą wahadła nachylnego dla zestawów kulka – podłoże, wykonanych z aluminium, mosiądzu

i stali. Badania zostaną przeprowadzone przy kątach nachylenia wahadła wynoszących  $\beta = 20^\circ$ ,  $\beta = 30^\circ$  i  $\beta = 45^\circ$ .

### 3. PRZEBIEG ĆWICZENIA

#### a) Opis stanowiska badawczego

Schemat budowy wahadła nachylnego, wraz z opisem jego części składowych przedstawiono na Rys. 5. Kulka metalowa zawieszona na nici przy kącie nachylenia kolumny wahadła  $\beta = 0^\circ$  stanowi wahadło matematyczne. Pochylenie wahadła za pomocą pokrętki 11 o wybrany kąt  $\beta$ , czyni je wahadłem nachylnym. Wartość kąta  $\beta$  ustalana jest za pomocą skali II. Zawieszona na nici kulka wychylona z położenia równowagi o kąt  $\varphi_0$ , będzie się teraz toczyć po podłożu metalowym, umieszczonym w uchwycie wahadła. Wartość kąta  $\varphi_0 \cong (4 - 5)^\circ$  określana jest za pomocą skali I. Amplituda wychylenia wahadła, wskutek występującego tarcia tocznego, ulega zmniejszeniu. Odczytana na skali I wartość kąta  $\varphi_n$  wychylenia kulki po  $n$  okresach drgań wahadła jest mniejsza od  $\varphi_0$  ( $\varphi_n < \varphi_0$ ), gdzie  $\varphi_0$  – kąt początkowego wychylenia kulki.



Rys. 5. Wahadło nachylnie, gdzie: 1 – milisekundomierz; 2 – podstawa wahadła; 3 – rura; 4 – korpus z przekładnią ślimakową; 5 – wspornik; 6 – skala I; 7 – skala II; 8 – kolumna do zawieszania nici; 9 – kulka z wodnikiem; 10 – próbki metalowe; 11 – pokrętło do pochylania wahadła; 12 – czujnik fotoelektryczny

Wyznaczanie współczynnika tarcia tocznego dla danej pary kula – podłoże, polega na odczycie wskazań milisekundomierza uniwersalnego i pomiarze wzrokowym zmian kąta wychylenia wahadła po  $n$  okresach. Wartość współczynnika tarcia tocznego określona jest wzorem:

$$f \cong R \cdot \frac{\varphi_0 - \varphi_n}{4 \cdot n} \cdot \operatorname{ctg} \beta$$

gdzie:

$R$  – promień kuli [mm],

$\varphi_0$  – kąt początkowego wychylenia wahadła [rad],

$\varphi_n$  – kąt odczytany po  $n$  okresach [rad],

$n$  – liczba okresów,

$\beta$  – kąt pochylenia kolumny wahadła odczytany na skali bocznej [deg].

#### b) Przebieg realizacji eksperymentu

1. Skontrolować wypoziomowanie przyrządu.
2. Wecisnąć przełącznik SIEĆ kontrolując, czy wszystkie wskaźniki miernika wyświetlają cyfrę zero oraz czy zaświeciła się żarówka czujnika fotoelektrycznego.
3. Ustalić długość wahadła tak, aby "wodnik" przecinał strumień światła czujnika fotoelektrycznego (480 ### 10 mm).
4. Ramię pochylne przyrządu pochylić o kąt  $\beta = 20^\circ$
5. Kulkę wychylić z położenia równowagi o kąt  $\varphi_0 = 5 - 9^\circ$
6. Zmierzyć okres drgań wahadła dla liczby pełnych wahań kulki  $n=10$ , odczytać kąt  $\varphi_n$  dla tej liczby wahań.
7. Pomiary wykonać dla kąta  $\beta = 30^\circ$  i  $\beta = 45^\circ$ , powtarzając czynności wg punktów 3, 5 i 6.
8. Powtórzyć pomiary dla innych zestawów kulka – podłoże.
9. Wyznaczyć średnicę kulek wybranych do badań.
10. Wyniki pomiarów zestawić w poniższych tabelach.

Wyniki pomiarów:

**Tabela 1.** Wyniki pomiarów dla aluminium

$R [m]$	$\beta [deg]$	$\varphi_{oi} [rad]$	$\varphi_{ośr} [rad]$	$\varphi_{ni} [rad]$	$\varphi_{nśr} [rad]$	$n$	$\mu_r [m]$
	<b>20</b>	1.		1.			
		2.		2.			
		3.		3.			
		4.		4.			
		5.		5.			
	<b>30</b>	1.		1.			
		2.		2.			
		3.		3.			
		4.		4.			
		5.		5.			
	<b>45</b>	1.		1.			
		2.		2.			
		3.		3.			
		4.		4.			
		5.		5.			

**Tabela 2.** Wyniki pomiarów dla stali



$R [m]$	$\beta [deg]$	$\varphi_{oi} [rad]$	$\varphi_{ośr} [rad]$	$\varphi_{ni} [rad]$	$\varphi_{nśr} [rad]$	$n$	$\mu_z [m]$
	<b>20</b>	1.		1.			
		2.		2.			
		3.		3.			
		4.		4.			
		5.		5.			
	<b>30</b>	1.		1.			
		2.		2.			
		3.		3.			
		4.		4.			
		5.		5.			
	<b>45</b>	1.		1.			
		2.		2.			
		3.		3.			
		4.		4.			
		5.		5.			

Tabela 3. Wyniki pomiarów dla mosiądzu

$R [m]$	$\beta [deg]$	$\varphi_{oi} [rad]$	$\varphi_{ośr} [rad]$	$\varphi_{ni} [rad]$	$\varphi_{nśr} [rad]$	$n$	$\mu_r [m]$
	<b>20</b>	1.		1.			
		2.		2.			
		3.		3.			
		4.		4.			
		5.		5.			
	<b>30</b>	1.		1.			
		2.		2.			
		3.		3.			
		4.		4.			
		5.		5.			
	<b>45</b>	1.		1.			
		2.		2.			
		3.		3.			
		4.		4.			
		5.		5.			

11. Współczynnik tarcia tocznego obliczyć ze wzoru:

$$f \cong R \cdot \frac{\varphi_0 - \varphi_n}{4 \cdot n} \cdot ctg\beta \quad [\text{jednostka zgodna z układem SI}]$$

12. Niepewność systematyczną pomiaru  $f$  obliczyć metodą różniczki zupełnej:

$$\Delta f = \left| \frac{\delta f}{\delta R} \right| |\Delta R| + \left| \frac{\delta f}{\delta \varphi_0} \right| |\Delta \varphi_0| + \left| \frac{\delta f}{\delta \varphi_n} \right| |\Delta \varphi_n| + \left| \frac{\delta f}{\delta \beta} \right| |\Delta \beta|$$

Niepewność pomiarów wykonywanych bezpośrednio:  $\Delta R$ ,  $\Delta \varphi_0$ ,  $\Delta \varphi_n$ ,  $\Delta \beta$  określić na podstawie klasy dokładności przyrządu pomiarowego. Niepewność  $\Delta \varphi_0$  oszacować jako 0,1 część najmniejszej działki skali pomiarowej  $I$ .

13. Wyniki obliczeń zapisać w postaci:  $(f \pm \Delta f)$ .
14. Dokonać analizy wpływu czynników niekontrolowanych na końcowy wynik pomiaru.

**Sprawozdanie powinno zawierać:**

1. Imiona, nazwiska, kierunek i rok studiów oraz nr grupy laboratoryjnej członków zespołu
2. Temat ćwiczenia
3. Datę wykonania ćwiczenia
4. Krótki opis stosowanej metody badawczej
5. Schemat stanowiska
6. Wyniki wykonanych pomiarów
7. Wnioski z przeprowadzonego ćwiczenia

**Przykładowe pytania kontrolne:**

1. Podaj definicję tarcia. Wymień i zdefiniuj różne rodzaje tarcia.
2. Opisz model tarcia ślizgowego.
3. Opisz model tarcia tocznego.
4. Opisz zasadę działania wahadła matematycznego.

**Przepisy BHP**

1. Prowadzący ćwiczenia laboratoryjne, przed przystąpieniem do ćwiczenia, zapoznaje studentów z obsługą stanowiska. Kontrolę przestrzegania przez studentów instrukcji BHP (przedstawioną na zajęciach wprowadzających) pełni prowadzący zajęcia.
2. Studenci obsługują stanowisko pod nadzorem prowadzącego.
3. Stanowiska niebezpieczne pod względem BHP obsługuje prowadzący, a w przypadku konieczności, po udzieleniu osobnego instruktażu, dopuszcza do obsługi stanowiska konieczną ilość studentów.
4. Studenci odbywający ćwiczenia zobowiązani są do zachowania maksymalnej ostrożności i uwagi przy obsłudze stanowiska i absolutnego stosowania się do zaleceń prowadzącego.

5. Podczas pobytu przy stanowisku laboratoryjnym zabrania się studentom wykonywania jakichkolwiek czynności, które nie są związane z realizowanym ćwiczeniem.

### **Literatura przedmiotu**

1. U. Fischer, M. Heinzler, F. Näher, H. Paetzold, R. Gomeringer, R. Kilgus, S. Oesterle, A. Stephan, oprac. merytor. wersji pol. J. Potrykus [tł. z niem.], *Poradnik mechanika*, Wydawnictwo REA, Warszawa 2014.
2. A. Górecki, *Technologia ogólna: podstawy technologii mechanicznych*, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 2014.
3. M. Jeżewski, *Fizyka*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1996.
4. J. Leyko, *Mechanika ogólna, Tom 1, 2*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2005.
5. S. Rudnik, *Metaloznawstwo*, WN PWN, Warszawa 1996.
6. Z. Tomaszewski, *Wprowadzenie do techniki. Materiały do ćwiczeń i wykładów*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2002.